дение полученных таким образом максимальных и минимальных значений для данных величин приводит к важным геометрическим теоремам, являвшимся главной целью исследования.

Мы уже видели (стр. 123), что Архимед сводил задачу деления шара к уравнению:

$$DB^2 : DX^2 = XZ : TZ,$$

где D, B, T, Z — данные точки, а X — искомая на некоторой прямой точка. В сохранившейся до нас рукописи, о которой мы уже говорили и которая, может быть, принадлежит самому Архимеду, являясь приложением ко второй книге его труда о шаре и цилиндре, — задача эта решается, примерно, следующим образом. Напишем его уравнение в виде $\frac{b^2}{x^2} = \frac{a-x}{c}$, затем приравняем оба эти частных $\frac{e}{y}$, где e представляет какой-нибудь отрезок. Тогда x и y можно определить, как координаты одной из точек пересечения параболы $x^2 = \frac{b^2}{e} y$ с гиперболой $(a-x)\, y = ce$.

В приложениях к делению шара постоянные, обозначенные нами через a и c, положительны, и надо определить такое значение x, чтобы $0 < x < \frac{2}{3}\, a$, ибо X должно находиться между D и B, концами диаметра шара $DB = \frac{2}{3}\, DZ$; но полученное геометрическое представление уравнения, благодаря различным положениям, которые могут занимать Z, T или же искомая точка X, охватывает все уравнения вида:

$$x^3 + ax^2 + b = 0,$$

и задачу можно поставить таким образом, что все корни будут годиться. Здесь перед нами убедительный пример того, о чем мы уже говорили раньше: хотя греки были незнакомы с нашим положительным и отрицательным знаками, но влияние этого недостатка сильно ослаблялось геометрическим способом представления.

Что касается предельных условий, то в отдельных задачах они будут зависеть отчасти от того, лежит ли, или не лежит точка X в интервале, требуемом предложенной задачей. Но особенное значение во всех этих вопросах имеют предельные случаи, когда конические сечения соприкасаются между собой, когда, следовательно, два корня уравнения равны между собой, ибо тут перед нами переход между случаями, когда оба корня действительны, когда, значит, по тогдашним воззрениям, они могли существовать, или не могли.

Сохранившийся до нас отрывок показывает, что этот переходный случай имеет место, когда $x = \frac{2}{3} a$; когда, следовательно, $b^2c = \frac{4}{27}\, a^3$. Наоборот, если $x \lesseqgtr \frac{2}{3}\, a$, то $b^2c < \frac{4}{27}\, a^3$, что соответствует двум решениям.